

21) Considérese el sistema formado por los vectores deslizantes: $\vec{v}_1 = \vec{j} - 2\vec{k}$; $\vec{v}_2 = -\vec{i} - \vec{k}$; $\vec{v}_3 = -\vec{i} - 2\vec{j}$ y $\vec{v}_4 = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Se sabe que los momentos del sistema de vectores con respecto a los ejes coordenados X, Y y Z valen, respectivamente, 1, 8 y 0. Determinar:

- La ecuación del eje central.
- Las coordenadas de tres puntos pertenecientes al eje central.

22) En un sistema de vectores deslizantes se conocen los siguientes datos:

- Los momentos respecto a los ejes de coordenadas valen $M_{0x}=4$, $M_{0y}=-6$ y $M_{0z}=2$.
- Los puntos E (0,1,3) y C (1,1,3) pertenecen al eje central del sistema.
- el invariante escalar vale -8 .

Determinar:

- Los invariantes del sistema de vectores deslizantes.
- El vector momento mínimo.
- La ecuación del eje central.
- Reducir el sistema en el punto O(0,0,0)

23) El eje central de un sistema de vectores deslizantes es la recta: $y = 2$; $z = 1$. Sabiendo que el momento resultante del sistema respecto al punto P(1,1,1) es $\vec{M}_P = -\vec{i} - \vec{k}$, determinar:

- La resultante general.
- El vector momento mínimo.

24) El eje central de un sistema de vectores deslizantes es la recta: $4x - 3z = -5$; $y = 2$. Si el invariante escalar del sistema es 40 y el momento resultante respecto a un punto del eje central es un vector de módulo 8 y componentes cartesianas positivas, determinar:

- La resultante del sistema de vectores deslizantes
- El momento respecto a un punto del eje central.

25) Los vectores $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v}_2 = \vec{i} - \vec{j}$ y $\vec{v}_3 = 3\vec{i} + \vec{k}$ forman un sistema de vectores concurrentes, siendo A (0,1,0) el punto de concurrencia. Determinar:

- La resultante del sistema.
- El momento resultante respecto al origen de coordenadas.
- El vector momento mínimo.
- La ecuación del eje central.
- El sistema equivalente más sencillo.

26) a) Determinar las coordenadas del centro del sistema de los vectores deslizantes que forman los vectores $\vec{v}_1 = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v}_2 = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ y $\vec{v}_3 = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$, cuyos puntos de aplicación son $P_1(1,2,1)$, $P_2(1,-1,2)$ y $P_3(-1,2,1)$ respectivamente.

b) Repetir el problema para el sistema de vectores deslizantes formado por $\vec{v}_1 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{v}_2 = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ y $\vec{v}_3 = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k}$, cuyos puntos de aplicación son $P_1(2,1,1)$, $P_2(-2,-1,1)$ y $P_3(1,-2,2)$, respectivamente.

- 27) Se tiene un sistema formado por cuatro vectores deslizantes $\vec{v}_1 = \vec{i}$; $\vec{v}_2 = 2\vec{i}$, $\vec{v}_3 = -2\vec{i}$ y $\vec{v}_4 = 3\vec{i}$. aplicados, respectivamente, en los puntos $P_1(0,0,0)$, $P_2(0,1,-1)$, $P_3(-1,-1,0)$ y $P_4(0,1,2)$. Determinar:
- El momento resultante del sistema respecto al punto $P_1(0,0,0)$.
 - Los invariantes del sistema.
 - El momento del sistema respecto a un eje que pasa por los puntos $P_1(0,0,0)$ y $P_2(0,1,-1)$
 - El centro del sistema de vectores deslizantes.
 - La ecuación del eje central.
 - El momento y el brazo del par formado por dos de los vectores del sistema.
 - El sistema equivalente más sencillo
- 28) I) El momento resultante de un sistema de vectores deslizantes con respecto a un punto $E(-1,-1,-1)$ perteneciente al eje central, es $\vec{M}_E = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$. Si el invariante escalar del sistema vale -15, determinar la resultante general y el vector momento mínimo.
- II) Otro sistema de vectores deslizantes tiene la misma resultante y el mismo eje central que el sistema anterior pero el invariante escalar es nulo. Determinar para este nuevo sistema el momento resultante respecto al origen de coordenadas.
- III) Con los dos sistemas anteriores se forma un sistema único. Calcular los invariantes del nuevo sistema conjunto.
- 29) Se tienen dos sistemas de vectores deslizantes, S1 y S2. Determinar los invariantes del sistema conjunto, formado por la unión de los sistemas 1 y 2, sabiendo que:
- S1 es un sistema de vectores concurrentes $\vec{v}_1 = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v}_2 = \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v}_3 = \vec{j} + 2\vec{k}$ y $\vec{v}_4 = \vec{i} - \vec{k}$, cuyo punto de concurrencia es $(1, 2, 1)$.
 - S2 es un par de vectores cuyo momento es el vector $\vec{M} = 4\vec{i}$.
- 30) I) Los vectores $\vec{v}_1 = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{v}_2 = -\vec{j} + \vec{k}$ y $\vec{v}_3 = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ forman un sistema de vectores concurrentes. Si el punto de concurrencia de sus rectas soporte es el punto A $(0, 1, 1)$. Determinar:
- Los invariantes del sistema de vectores deslizantes y el vector momento mínimo.
 - La ecuación del eje central.
 - El momento resultante del sistema respecto al punto O $(0,0,0)$.
 - El momento del sistema respecto a un eje que pasa por los puntos O y A.
 - El sistema equivalente más sencillo.
- II) Determinar la ecuación del eje central de otro sistema de vectores deslizantes, sabiendo que:
- o los momentos respecto a los ejes de coordenadas valen $M_{0x} = 2$, $M_{0y} = -1$ y $M_{0z} = 2$.
 - o la resultante general del sistema tiene las tres componentes iguales.
 - o el invariante escalar vale -3
- III) Con los dos sistemas anteriores se forma un sistema único.
- Calcular los invariantes del nuevo sistema conjunto.
- 31) I) Un sistema de vectores deslizantes tiene de resultante general el vector $\vec{R} = \vec{i} + \vec{k}$ y el invariante escalar toma el valor de -4. Sabiendo que el eje central pasa por el origen de coordenadas, determinar para este nuevo sistema:
- El vector momento mínimo.
 - La ecuación del eje central
- II) Se forma un segundo sistema de vectores añadiendo al sistema del apartado anterior un par de vectores deslizantes de momento del par $\vec{M}_p = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ Determinar:
- El brazo del par si los vectores que lo forman tienen módulo $\sqrt{2}$.
 - Los invariantes del nuevo sistema conjunto.